

# विषय – अर्थशास्त्र

## प्रश्न पत्र – शोध प्रविधि

### ‘काई वर्ग परीक्षण’

एम.ए. चतुर्थ सेमेस्टर, एम.फिल., एवं पीएच. डी. कोर्स वर्क  
विद्यार्थीयों के लिए

प्रस्तुतकर्ता  
डॉ. संग्राम भूषण  
प्राध्यापक

अर्थशास्त्र अध्ययनशाला,  
विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जौन

## प्रस्तावना

काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग दो गुणों की स्वतंत्रता की जॉच करने के लिये किया जाता है। यदि A व B दो गुण स्वतंत्र हैं, तो AB की वास्तविक एवं प्रत्याशित आवृत्ति बराबर होंगी। परन्तु यदि वास्तविक आवृत्ति प्रत्याशित आवृत्ति से कम या अधिक है तो यह माना जाता है कि दोनों गुणों में परस्पर धनात्मक या ऋणात्मक संबंध है।

कहने का अर्थ यह है, कि वास्तविक एवं प्रत्याशित आवृत्तियों में अंतर होने पर गुण संबंध माना जाता है।

## काई वर्ग परीक्षण का अर्थ

इस परीक्षण द्वारा यह ज्ञात किया जाता है कि अवलोकित (वास्तविक) और प्रत्याशित आवृत्तियों में अंतर महत्वपूर्ण है या वह प्रतिचयन उच्चावचनों अथवा दैनिक संयोग के कारण उत्पन्न हुआ है।

काई वर्ग परीक्षण वास्तविक और प्रत्याशित आवृत्तियों की माप है।

## काई वर्ग परीक्षण की विशेषताएँ

1. काई वर्ग का एक अत्यंत उपयोगी गुण है कि यदि किसी समग्र से अनेक यादृच्छिक प्रतिदर्श चुनकर उनका अध्ययन किया जाये तो प्रतिदर्शों के अलग-अलग काई वर्गों का मान छोड़कर पूरे समग्र के बारे में अधिक विश्वसनीय निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं।
2. यह एक गेर प्रचाल परीक्षण है, अर्थात् यह परीक्षण आवृत्तियों या घटनाओं पर आधारित है। जबकि Z या t जॉच प्राचलों जैसे— माध्य, प्रमाप विचलन आदि पर आधारित हैं।
3. काई वर्ग बंटन का स्वरूप स्वातंत्रय संख्याओं पर निर्भर होता है, प्रत्येक स्वातंत्रय संख्या के लिये अलग काई वर्ग वक्र बनता है। बहुत कम स्वातंत्रय संख्याओं के लिये काई वर्ग का बंटन धनात्मक विषमता के लिये होगा और जैसे — जैसे d. f. बढ़ती जाती है वक्र की असमिति कम होती जाती है।
4. काई वर्ग जॉच का प्रयोग अनुप्रयोग निकालने के लिये किया जाता है और इस प्रकार यह परिकल्पना जॉच के लिये एक उपयोगी उपकरण माना जाता है।
5. काई वर्ग का उपयोग सैद्धांतिक आवृत्ति बंटन और अवलोकित बंटन में अंतर का परीक्षण करने के लिये भी किया जाता है।

## स्वतंत्रता के काई वर्ग के परीक्षण की विधि

काई वर्ग परीक्षण के संबंध में अपनाई जाने वाली प्रक्रिया निम्न है—

1. शून्य परिकल्पना की मान्यता :-

काई वर्ग परीक्षण मे सबसे पहले यह परिकल्पना की जाती है, कि वास्तविक एवं प्रत्याशित आवृत्तियों का अंतर शून्य है अर्थात् यह मानकर चलते हैं कि वास्तविक और प्रत्याशित आवृत्तियों में कोई अंतर नहीं है अथवा दो गुण A और B स्वतंत्र हैं।

2. काई वर्ग की गणना :-

काई वर्ग का मान ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है—

$$\text{काई वर्ग} = (f_o - f_e)^2 / f_e$$

प्रत्याशित आवृत्ति निकालना :—

आसंग सारणी में प्रत्याशित आवृत्ति निकालने के लिये संबंद्ध खाने का जोड़ और संबंद्ध पंक्ति के जोड़ का गुणा कर गुणनफल में कुल जोड़ का भाग दे दिया जाता है।

सार्थकता स्तर :— सार्थकता स्तर तात्पर्य उस प्रायिकता से है, जिससे कम होने पर शून्य परिकल्पना को निरस्त करते हैं। यद्यपि सार्थकता स्तर कुछ भी हो सकता है। परन्तु व्यवहार में 1% तथा 5% सार्थकता स्तर का प्रयोग ही अधिक प्रचलित है। इन दोनो स्तरों में से भी 5% का ही सर्वाधिक प्रयोग किया जाता है।

## स्वातन्त्र्य संख्या

जिन संख्याओं को हम स्वतंत्र रूप से लिख सकते हैं उन्हें स्वतंत्र संख्याएँ कहते हैं। आसंग सारणी में स्वतंत्र अंश इस प्रकार ज्ञात किया जाता है—

$$d.f. = (r-1) \times (c-1)$$

अगर आवृत्तियों सारणी रूप में दी गयीं हों तो निम्न सूत्र द्वारा स्वतंत्र संख्या प्राप्त की जाती है—

$$d.f. = N-1$$

जहाँ  $N =$  पदों की संख्या

## काई वर्ग तालिका

काई वर्ग की जॉच के लिये विशेष प्रकार की सारणी बनी हुई है, इस सारणी में सामान्यतः 1% से 99% तक के विभिन्न सार्थकता स्तरों के लिये काई वर्ग के मूल्य दिये हुए हैं। व्यवहार में सामान्यतः 5% सार्थकता स्तर (0.05) से संबंधित मूल्य ही देखें जाते हैं।



## परिकल्पना परीक्षण

काई वर्ग के परिकलन के पश्चात काई वर्ग परीक्षण का निष्कर्ष निकालने के लिये परिकल्पना परीक्षण किया जाता है। इसके लिये काई वर्ग के परिमाणित मान की तुलना काई वर्ग सारणी के मान से एक विशेष सार्थकता स्तर तथा स्वातन्त्र्य संख्या के लिये की जाती है।

डदाहरण :— किसी नगर में निम्न, मध्य व उच्च आय वर्गों में आने वाले व्यक्तियों की संख्या को जानने के लिये दो अनुसंधानकर्ताओं द्वारा प्रतिदर्श चुने गये। यह सिद्ध कीजिये कि अनुसंधानकर्ताओं में से कम से कम एक द्वारा अपनायी गयी प्रतिचयन विधि संदेहात्मक है।

अनुसंधान कर्ता	आय वर्ग			योग
	निम्न	मध्य	उच्च	
A	140	100	15	255
B	140	50	20	210
योग	280	150	35	465

शून्य परिकल्पना के आधार पर हम यह मानते हैं कि दोनों अनुसंधानकर्ताओं में से किसी के भी द्वारा प्रयुक्त प्रतिचयन प्रणाली संदेहात्मक नहीं है।

$$\text{काई वर्ग की गणना} - \text{काई वर्ग} = (f_o - f_e)^2 / f_e$$

fo	fe	fo – fe	$(fo - fe)^2$	$(fo - fe)^2 / fe$
140	154	-14	196	1.27
140	126	+14	196	1.56
100	82	+18	324	3.95
50	68	-18	324	4.76
15	19	-4	16	0.83
20	16	+4	16	1.00
$\sum fo = 465$	$\sum fe = 465$			काई वर्ग = 13.37

$$d.f. = (r-1) \times (c-1) = (3-2) \times (2-1) = 2$$

काई वर्ग सारणी का मूल्य 5% सार्थकता स्तर पर 2 स्वतंत्रय की कोटी पर 5.991 है। काई वर्ग का आगणत मूल्य उसके सारणी मूल्य से अधिक है। अतः हमारी शून्य परिकल्पना असत्य है। कम से कम एक अनुसंधानकर्ता की प्रतिचयन प्रणाली संदेहात्मक है।

# काई वर्ग परीक्षण प्रयोग के नियम

1. काई वर्ग परीक्षण करते समय यह देख लेना चाहिये कि समग्र में ईकाईयों की संख्या पर्याप्त हो क्यों कि ऐसा न होने से वास्तविक और प्रत्याशित आवृत्तियों के अंतरो (  $f_0 - f_e$  ) का बंटन प्रसामान्य नहीं होगा, परन्तु जहाँ तक पर्याप्त संख्याओं का प्रश्न है इसके लिये बहुमत के आधार पर यह माना गया है कि यह संख्या सामान्यतः 50 से कम नहीं होना चाहिये।
2. कोई भी वास्तविक या प्रत्याशित आवृत्ति कम नहीं होनी चाहिए, सामान्यतः आवृत्ति 5 से कम नहीं होनी चाहिए। अगर आवृत्ति 5 से कम हो तो येट का संशोधन प्रयोग करना चाहिये।
3. वास्तविक आवृत्तियों का योग प्रत्याशित आवृत्तियों के योग के बराबर होना चाहिए अर्थात्  $\sum f_0 = \sum f_e$  होना चाहिये।
4. न्यादर्श का चयन दैव आधार पर होना चाहिये।

## येट का संशोधन

उदाहरण— छोटे आकार की 50 साधारण दुकानों के विषय में निम्न सूचना प्राप्त हुई। क्या यह कहा जा सकता है कि कस्बों की अपेक्षा गॉवों में स्त्री संचालक अपेक्षाकृत अधिक है। काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग करके बताइए। स्वतंत्रता संख्या 1 के लिये 5% सार्थकता स्तर पर कई वर्ग = 3.841 है।

	दुकान कस्बों में	दुकान गॉवों में	योग
पुरुषों द्वारा संचालित	17	18	35
सिंत्रियों द्वारा संचालित	3	12	15
योग	20	30	50

सर्वप्रथम हम शून्य परिकल्पना लेते हैं। कि गॉवों और कस्बों में संचालन में कोई अंतर नहीं है।

अवलोकित आवृत्ति येट संशोधन से ( $f_o$ )

	A	a	योग
B	16.5	18.5	35
b	3.5	11.5	15
योग	20	30	50

काई वर्ग को गणना

प्रत्याशित आवृत्ति ( $f_e$ )

	A	a	योग
B	14	21	35
b	6	9	15
योग	20	30	50

	$f_o$	$f_e$	$f_o - f_e$	$(f_o - f_e)^2$	$(f_o - f_e)^2 / f_e$
	16.5	14	+2.5	6.25	0.45
	18.5	21	-2.5	6.25	0.30
	3.5	6	-2.5	6.25	1.04
	11.5	9	+2.5	6.25	0.69
योग	50	50			काई वर्ग = 2.48

काई वर्ग का परिकलित मान 2.48 है जो कि 1 d.f. पर सारणी मूल्य 3.841 से कम है अतः शून्य परिकल्पना सत्य है। गॉवो और कस्वो में संचालन में कोई अंतर नहीं है।

# आवृत्ति समूहन

जब प्रत्याशित आवृत्तियों कम हों (5 से कम) तो वास्तविक एवं प्रत्याशित अंतर ( $f_0 - f_e$ ) ज्ञात करने से पहले ऐसी दो या दो से अधिक आवृत्तियों को जोड़ लिया जाता है।

## काई वर्ग परीक्षण की उपयोगिता

### 1. स्वतंत्रता की जॉच :—

काई वर्ग की सहायता से हम दोनों गुणों में पाये जाने वाले गुण संबंध का परीक्षण करते हैं। सर्वप्रथम यह परिकल्पना लेकर चलते हैं, कि दोनों गुण स्वतंत्र हैं। इसके बाद हम प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना करते हैं। इसके बाद काई वर्ग की गणना कर ली जाती है, यदि काई वर्ग का अगणित मूल्य सारणी मूल्य से अधिक होता है तो शून्य परिकल्पना गलत होगी और गुणों में स्वतंत्रता का अभाव पाया जाता है। विपरीत स्थिति में गुण स्वतन्त्र य पाया जाता है।

### 2. उपयोगिता की उत्तमता की जॉच :—

काई वर्ग का प्रयोग सैद्धांतिक आवृत्ति बंटन ( द्विपद, पॉयसन या प्रसामान्य ) और अवलोकित बंटन में अंतर का परीक्षण करने के लिये भी किया जाता है इस जॉच से यह पता चलता है कि अवलोकित आवृत्ति बंटन कहाँ तक सैद्धांतिक आवृत्ति बंटन के अनुरूप है। दोनों में अंतर सार्थक है अथवा अर्थहीन है।

### 3. सजातीयता की जॉच :—

सजातीयता की जॉच, स्वतंत्रता की जॉच का ही विस्तृत रूप है। यह जॉच यह बताती है कि प्रतिदर्श एक समक से लिये है अथवा नहीं अर्थात् प्रतिदर्शों में समग्र के सजातीयता का गुण या नहीं। स्वतंत्रता की जॉच में समग्र में से एक न्यायदर्श लिया जाता है। जबकि सजातीयता जॉच में दो या दो से अधिक स्वतंत्र न्यायदर्श लिये जाते हैं।

### निष्कर्ष

आधुनिक सांख्यिकी में काई वर्ग परीक्षण का के बहुत व्यापक उपयोग है। वास्तविक एवं प्रत्याशित आवृत्तियों के बीच पाये जाने वाले अन्तर के विश्लेषणात्मक अंतर हेतु काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग प्रमुखता से किया जाता है।

काई वर्ग परीक्षण परिकल्पना परीक्षण की महत्वपूर्ण विधि है।

काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग आधुनिक शोध कार्य में अत्यधिक किया जाता है यह शोध कार्य का महत्वपूर्ण उपकरण है।

## संदर्भ ग्रंथ सूची

1. गुप्ता एस. पी (1979) "सांख्यिकी के सिद्धांत", सुल्तान चंद एण्ड संस 23—दरियागंज, नई दिल्ली
2. एलहंस देवकीनंदन (1972), "सांख्यिकी के सिद्धांत", किताब महल, इलाहाबाद
3. नागर कैलाशनाथ (1998) "सांख्यिकी के मूल तत्व", मीनाक्षी प्रकाशन बेगम ब्रिज, मेरठ
4. नागर कैलाशनाथ (2002) "सांख्यिकी के मूल तत्व", मीनाक्षी प्रकाशन बेगम ब्रिज, मेरठ
5. शुक्ल एस. एम एवं सहाय शिवपूजन (2003) "सांख्यिकीय विश्लेषण" साहित्य भवन पब्लिकेशन्स हॉस्पिटल रोड, आगरा
6. शुक्ल एस. एम एवं सहाय शिवपूजन (2008) "सांख्यिकीय विश्लेषण" साहित्य भवन पब्लिकेशन्स, आगरा
7. सिंह एस. पी. (1993) "सांख्यिकी सिद्धांत एक व्यवहार", एस. चंद एण्ड क. (प्रा.) लिमिटेड रामनगर, नई दिल्ली शुक्ल

धन्यवाद

